

변동성 지수의 진화*

권 세 훈**

〈요 약〉

본 논문은 현실에서 개발된 다양한 변동성 지수들의 연혁 및 경제적 의미에 대한 기존 연구를 개관함으로써 변동성 지수 전반에 대한 이론 및 실무적 이해를 돕는다. 특히 시카고옵션거래소(CBOE)의 VIX 지수와 시카고상업거래소(CME)가 최근 발표한 CVOL 지수의 발전 과정에 대해 자세히 살펴보고, 한국거래소(KRX)의 변동성지수(VKSOPI)의 발전 방안에 대한 시사점으로 다음 사항을 제안한다. 즉 기초자산인 KOSPI200 지수의 외가격옵션 거래 활성화, 옵션 가격 부제로 인한 보충시 추정법의 개선, 위클리 옵션의 활용, 변동성 지수의 기초자산 대상 범위의 확대, 변동성의 비대칭성 내지 왜도나 볼록성을 측정하는 보조지표의 도입, 시장자산이나 개별주식의 위험프리미엄(risk premium) 산정 등 자산가격론의 다른 연관된 연구들에의 응용, 연구자와 실무자간 및 업계와 거래소간 다양한 협업 방안 등의 모색을 제안한다.

주제어 : 변동성 지수(volatility index), 내재변동성(implied volatility), 위험중립확률(risk neutral density), VIX, CVOL

논문접수일 : 2023년 12월 13일 논문수정일 : 2023년 12월 27일 논문게재확정일 : 2023년 12월 28일

* 본 논문은 2022년도 상명대학교 학술연구비 지원에 의한 논문임.

** 상명대학교 경영학부 교수, E-mail: sehoon38@smu.ac.kr

I. 서 론

본 논문은 현실에서 개발된 다양한 변동성 지수들의 연혁 및 경제적 의미에 대한 기존 연구와 문헌을 개관함으로써 변동성 지수 전반에 대한 이론 및 실무적 이해를 돕고 향후 관련 정책적 시사점을 제안하고자 한다. 구체적인 논의에 앞서 변동성이란 용어가 현실에서는 다양한 문맥에서 여러 의미로 사용되므로 분명한 개념적 이해가 필요하다.¹⁾

먼저 투자의 관점에서 변동성 투자는 방향성 투자와 대비된다. 방향성 투자란 가격 상승이 기대되는 자산은 매수하고 하락이 기대되는 자산은 (공)매도하는 방식으로, 일반적인 증권이나 선물 거래를 예로 들 수 있다. 변동성 투자는 가격 자체가 아니라 가격의 변동성이 증가 또는 감소할 것이라는 기대에 근거하는 투자로, 대표적인 예로 옵션 거래를 생각할 수 있다. 그런데 변동성 투자기법으로 알려진 옵션 스트래들(straddle) 전략조차도 기초자산 가격이 행사가격으로부터 멀어지면 변동성 투자와 방향성 투자의 성격이 복잡하게 혼재된다. 이러한 방향성을 배제하고 순수한 변동성만 거래하는 수단을 모색하는 과정에서 변동성 지수가 개발되었다.

한편 “variability”와 “volatility” 두 영어 단어 모두 변동성이라는 용어로 번역되는데, 전자는 변동의 발생 가능성을, 후자는 변동 정도의 측정을 강조하는 것으로 이해되며, 이하 본 논문에서 변동성은 “volatility”를 의미한다. 변동성(volatility)이란 대개 확률변수의 표준편차(standard deviation)를 지칭하며, 분산(variance)의 제곱근(square root)으로 계산된다. 표준편차는 기초 변수와 동일한 단위를 가져 경제적 해석에 편리하나, 계산이나 통계분석 측면에서는 분산이 더 편리한 경우가 많다. 주요 변동성 지수들은 기본적으로 분산 개념의 지표를 계산하고 최종 결과에 제곱근을 취한 값을 지수로 발표하고 있다.

이러한 계산적 정의와 별개로 다양한 맥락에서 경제적 의미가 상이한 변동성 개념들이 있다. 사후적으로(ex-post) 계산되는 역사적 변동성(historical volatility)이나 실현 변동성(realized volatility), 미래의 실현 변동성에 대한 사전적(ex-ante) 기댓값으로서의 변동성, 그리고 옵션 가격으로부터 유추되는 내재변동성(implied volatility)이 있으며, 이 외에도 모형의 가정이나 구성 방법에 따라 다양한 명칭의 변동성 개념이 있다. 본 논문은 현재 주요 거래소에서 공표되는 변동성 지수들에 대해 논하는데, 이들은 유럽형 옵션(European options) 가격을 가중평균한 것으로, 30일 이후 시점 기초자산(시장지수) 가격의 변동성에 대한 시장의 기대를 의미한다.

1) Goldstein and Taleb(2007)의 다음과 같은 제목은 변동성 개념을 정확하게 정의하는 것이 어려운 일임을 잘 표현하고 있다. “We don't quite know what we are talking about when we talk about volatility”

그런데 미국형 옵션(American options)이나 기타 경로의존적인(path dependent) 이색옵션(exotic options)들의 가격모형은 만기시점 기초자산 가격의 확률분포뿐만 아니라 만기 이전의 확률과정에 대한 고려가 필요한데, 이에 대해서는 Derman and Miller(2016)가 잘 개관하고 있으며, 본 논문에서는 더 논하지 않는다. 변동성 지수에 대해 개관하는 문헌들도 다수 있으나 본 논문은 다음과 같은 차별성을 추구한다. 즉 변동성 지수 개발 초기의 논의 내용에 대해 좀 더 자세히 소개하고, 변동성 지수의 계산 및 수리적 특성에 대해 체계적으로 개관하고, 특히 최근 연구에 기반한 새로운 변동성 지수 및 그 활용에 대해서도 추가적으로 논의하고, 향후 정책적 시사점을 제시하고자 한다.

이후 논문의 구성은 제Ⅱ장에서 변동성 지수 개발 초기의 여러 논의에 대해 살펴보고, 제Ⅲ장에서는 시카고옵션거래소(이하 CBOE: Chicago Board Options Exchange)의 Cboe Volatility Index(이하 VIX 지수)에 대해 논하고, 제Ⅳ장에서는 Martin(2017)에서 제안한 위험중립 분산 개념에 기반한 시카고상업거래소(이하 CME: Chicago Mercantile Exchange)의 CME Group Volatility Index(이하 CVOL 지수)에 대해 논하고, 제Ⅴ장에서는 한국거래소(이하 KRX: Korea Exchange)의 변동성지수(이하 VKOSPI 지수)의 개선방안에 대해 논하고, 제Ⅵ장에서 결론을 맺는다.

Ⅱ. 변동성 지수의 제안

최초의 변동성 지수는 1993년 CBOE가 공표하기 시작한 VIX로 알려져 있는데, 이전에도 다양한 변동성 관련 지수들이 제안되거나 사용되고 있었다. Gastineau(1977)은 자신의 제안에 앞서 당시 Value Line Convertible Survey에 주간 단위로 공표되던 3개월 및 6개월 옵션(three- and six-month options)의 평균가격비율(average percentage premium)에 대해 간단히 언급하면서, 문제점으로 기준 옵션의 잔존만기가 변화되는 것과 이자율 변동이 반영되지 못함을 지적하고, 기초자산 가격의 역사적 변동성과 옵션가격으로부터 산정되는 내재 변동성의 비율로 계산되는 다음과 같은 상장옵션가격지수(index of listed option premiums)를 제안하였다.

$$I = \frac{\sum_{i=1}^n \sqrt{V_i}}{\sum_{h=1}^n \sqrt{V_h}} \quad (1)$$

여기서 I 는 지수이고 V_i 는 옵션가격으로부터 모형을 통해 산정되는 로그가격변화의 분산, 즉 내재분산(implied variance)이고, V_h 는 기준 기간 동안의 역사적 분산(historical variance)이고, n 은 지수구성에 사용되는 옵션의 숫자이다.

한편 Latane and Rendleman(1976)은 기초자산(주식)별로 해당 옵션들의 내재변동성을 가격에 미치는 영향을 기준으로 가중평균하는 지표를 이용하여 다양한 분석에 활용하였다. 즉 주어진 시점과 회사별로 가중평균 내재표준편차(WISD: weighted implied standard deviation)를 다음과 같이 정의하였다.

$$WISD = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^n ISD_{ijt}^2 \cdot d_{ijt}^2}}{\sum_{j=1}^n d_{ijt}} \quad (2)$$

여기서 i 는 기초자산(개별 주식), t 는 시점, j 는 옵션, n 은 옵션의 숫자, ISD 는 개별 옵션으로부터 산정되는 내재표준편차(ISD: implied standard deviation), d 는 변동성이 옵션가격에 미치는 편미분, 즉 베가(vega)를 뜻한다.

다음으로 Galai(1979)는 만기가 없는 또는 무한대인 주가지수와 달리 옵션의 경우 만기가 짧아서 지수 계산에 어려움이 있음을 지적하면서 매시점 기준기간(180일) 전후 잔존만기의 옵션을 가중평균하는 방식을 고려하였다. 즉 장기 및 중기 잔존만기 옵션(long and medium term options)을 가중평균하여 180일 기준으로 개별 옵션의 수익률을 계산하고, 이들 개별 지수들을 산술평균하여 최종적인 수익률 지수를 산정하는 방안을 제안하였다.

$$R_i(t) = \frac{C_i(t) - C_i(t-1)}{C_i(t-1)} \quad (3-1)$$

$$R_S(t) = \beta_{t-1} R_L(t) + (1 - \beta_{t-1}) R_M(t) \quad (3-2)$$

$$I_B(t) = \sum_{j=1}^n \frac{R_{S_j}(t)}{n} \quad (3-3)$$

여기서 $C_i(t)$ 는 t 시점 콜옵션 가격이며, $i=L, M$ 으로 L 은 옵션의 장기 만기, M 은 중기 만기를 뜻한다. R_{S_j} 는 6개월 옵션의 수익률을 뜻하며, $j=1 \dots n$ 은 개별 기초자산(주식)을 뜻하며, β 는 각 옵션들의 가격에 기반하여 계산되는 가중치이며, I_B 는 임의로 선택하여 매수하는 옵션의 표준화된 기대수익률을 뜻하며, 이를 매수자 수익률 지수(Buyers Return Index)로 지칭하였다. 한편 매도자 입장에서 보장매도콜 포지션 수익률 지수(Covered Writer

Reutrn Index)를 별도로 계산하였는데, 이는 매수자 수익률 지수에 보장(cover)을 위해 매입하는 기초자산 가격을 추가로 고려하여 계산된다.

앞서 소개한 지수들은, Latane and Rendleman(1976)을 제외하면, 주가지수와 비슷한 개념으로 옵션가격지수 또는 옵션수익률 지수를 만들어 옵션 투자에 활용하려는 의도로 판단된다. 그러나 시간이 지나면서 내용과 명칭에 있어 변동성 개념을 강조하고, 변동성 자체를 거래하기 위한 변동성 파생상품에 대한 논의가 본격화되었다. 대표적으로 Brenner and Galai(1989)는 1987년 주식시장 폭락사태(Crash) 이후 시장 변동성이 크게 증가하였음을 지적하면서 시그마지수(SI: Sigma Index)라는 변동성 지수 개발을 제안하고 그 선물과 옵션에 대해서도 논하였다. 구체적으로 주식시장, 채권시장, 외환시장 세 유형의 변동성 지수 개발을 제안하였고, 지수 계산도 역사적 변동성, 내재변동성, 이 둘을 결합하는 방안의 세 가지를 제안하였고, 미국거래소(이하 AMEX: American Exchange)는 1992년경 이 제안에 대해 예비타당성조사(feasibility study)를 실시하였다.²⁾ 한편 이러한 제안에 대해 Whaley(1993)는 역사적 변동성을 이용하는 방식은 미래의 실현 변동성을 예측하는 데는 도움이 될 수 있으나, 필연적으로 변동성 지수와 옵션가격 사이의 상관관계는 낮아지므로 헷지 기능을 저하시키는 부작용이 있음을 지적하고 전적으로 내재변동성에 초점을 맞춘 변동성 지수를 제안하였다.

Ⅲ. VIX 지수의 개관

1. VIX 지수의 탄생 및 VXO

1993년 CBOE는 VIX 지수를 발표하였는데, 이는 S&P 100 지수(이하 OEX)에 대한 등가격(at-the-money) 옵션들의 가격에 내재된 30일 기준 변동성의 시장 기댓값(market's expectation of 30-day volatility)을 측정하는 것이다(CBOE, 2019). 그런데 옵션 거래소인 CBOE는 투자은행인 Goldman Sachs와 함께 새로운 VIX 지표를 개발하여 2003년 발표하였다. 새 지표는 기초자산을 S&P 500 지수(이하 SPX)로 변경하고, 지수 계산법도 등가격 내재변동성이 아닌 외가격 옵션 가격들을 가중평균하는 새로운 방식을 채택하였다. CBOE는 새로운 지표에 기존의 “VIX” 명칭을 그대로 이어서 사용하기로 하고, 예전 지표는 별도로 “VXO”로 명명하고 지수의 연속성을 위하여 예전 방식대로 VXO 지수도 계속 산출하고 있다.

2) International Financing Review, Issue 941, August 8, 1992.

VXO, 즉 예전의 VIX 지수는 CBOE가 당시 듀크대학교(Duke University)의 Whaley 교수의 자문을 받아 개발한 것으로 알려져 있다. Whaley 교수는 또한 “The Investor Fear Gauge”라는 제목의 논문(Whaley, 2000)을 발표하여 VIX가 세간에 공포지수라는 이름으로 알려지는 계기가 되었다(Copeland et al., 2021). VXO는 30일 이내 만기의 최근월물(이하 $t=1$ 로 표시) 4개와 30일 이상 만기의 차근월물(이하 $t=2$ 로 표시) 4개, 총 8개 옵션의 가격에 기반한다. 즉 각 월물별로 풋, 콜 각각에 대해 기초자산의 현재가보다 낮은 행사가격 중 최대 행사가격을 가지는 옵션과 높은 행사가격 중 최소 행사가격을 가지는 옵션 2개씩 선정되어 각 가격으로부터 내재변동성을 구하고 이를 적절히 가중평균한다. 이하에서 각 내재변동성을 $\sigma_{q,t}^K$ 로 표시하고, $q=p, c$ 는 각각 풋옵션과 콜옵션을 뜻하며, $t=1, 2$ 는 각각 최근월물과 차근월물을 뜻하며 각 잔존만기 일수는 t_1, t_2 로 표시하고, $K=L, U$ 는 각각 기초자산 현재가 S 보다 행사가격이 낮고 높은 것 중 가장 가까운 것을 뜻한다. 1개월 영업일을 22일로 간주하면 30일 기준 내재변동성 개념인 VXO는 최근월물 내재변동성 σ_1 과 차근월물 내재변동성 σ_2 의 가중평균을 통해 다음과 같이 계산된다(Whaley, 1993).

$$\sigma_t = \left(\frac{\sigma_{pt}^L + \sigma_{ct}^L}{2} \right) \left(\frac{U_t - S_t}{U_t - L_t} \right) + \left(\frac{\sigma_{pt}^U + \sigma_{ct}^U}{2} \right) \left(\frac{S_t - L_t}{U_t - L_t} \right) \quad (4-1)$$

$$VXO = \sigma_1 \left(\frac{t_2 - 22}{t_2 - t_1} \right) + \sigma_2 \left(\frac{22 - t_1}{t_2 - t_1} \right) \quad (4-2)$$

2. 로그계약(log contract)과 분산스왑(variance swap)

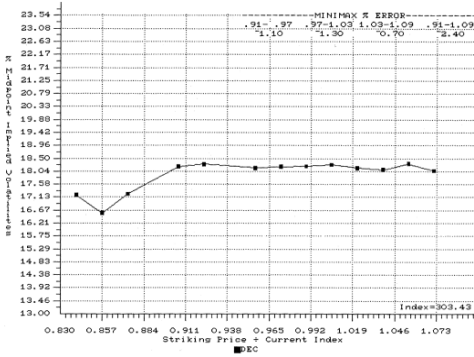
1987년 주식시장 폭락사태 이후 옵션가격의 내재변동성은 다음의 [그림 1]에서 보는 바처럼 이전과 달리 행사가격에 따라 달라지는 변동성 스마일(volatility smile) 현상을 분명하게 보이기 시작하였고(Rubinstein, 1994), 이는 기초자산 가격의 확률과정이 연속적이고 변동성 모수가 상수임을 가정하는 Black-Scholes(1973) 모형이 현실과 괴리됨을 의미했다. 이후 기초자산 가격의 확률과정에 점프(jump)와 같은 불연속 성분을 추가하거나 변동성 모수를 확률적으로 파악하는 연구들이 이어졌다(Derman and Miller, 2016).

한편 순전한 변동성 거래를 위한 방안으로 Neuberger(1994)는 만기시점 T 에 기초자산 가격의 로그값 $L_T = \log S_T$ 를 지급하는 로그계약(log contract)을 제안하였다. 이때 기초자산 가격이 변동성 모수 σ 가 상수(constant)인 기하브라운 운동(Geometric Brownian Motion)을 따르면, 로그계약의 t 시점 공정가격(fair price) L_t 는 식 (5-1)과 같으며, “기초자산 1개를

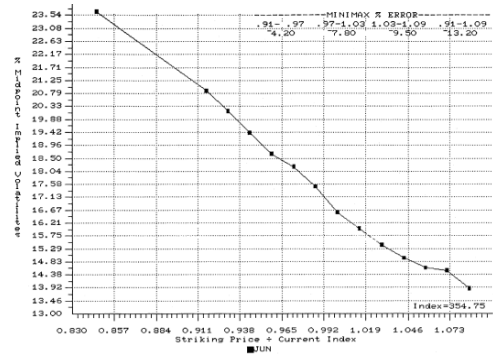
매입하고 로그계약 1개를 매도”하는 헷지거래의 실현손익 PL_T 는 식 (5-2)와 같다.

[그림 1] 1987년 주식폭락사태 전후 변동성 미소 패턴비교

1987년 주식폭락사태 전후 전형적으로 달라진 변동성미소 패턴을 보여주는 두 시점을 골라 S&P500 지수 옵션의 내재변동성을 행사가격별로 도표화한 것임



(a) 1987. 7. 1. 09:00



(b) 1990. 1. 2. 10:00

출처: Rubinstein(1994), pp. 776-777.

$$L_t = \log F_t - \frac{1}{2} \sigma^2 (T-t) \quad (5-1)$$

$$PL_T = \frac{1}{2} (ISD^2 - \sigma_c^2) T \quad (5-2)$$

여기서 F_t 는 t 시점 선물가격이며, ISD 는 로그계약 거래 가격의 내재변동성이며, σ_c 는 실현변동성을 나타낸다. 변동성에 대한 헷지수단으로 등장한 분산스왑은 다음과 같은 실현분산(RV: realized variance)³⁾ σ_{rv}^2 과 미리 정해진 행사가격의 제곱 K^2 을 서로 교환하는 거래이다. 즉 분산스왑 매수자는 매도자에게 K^2 을 지급하고 σ_{rv}^2 을 수취한다(Allen et al., 2006).

$$\sigma_{rv}^2 = \frac{252}{T} \sum_{t=1}^T \left[\ln \left(\frac{S_t}{S_{t-1}} \right) \right]^2 \quad (6)$$

3) 실현분산과 관련하여 CBOE는 RVOL(Realized Volatility Index) 지수를 산출하고 있다. RVOL 지수는 기초자산 가격 대신 내재현물가격(implied spot price)에 대해 식 (6)의 방식을 적용한다. 즉 지난 1년(252영업일)의 일별 로그수익률제곱의 평균을 계산한다. 내재현물가격이란 해당 시점에 일정한 만기의 풋과 콜옵션의 가격 차이를 최소로 하는 행사가격을 말한다.

1998년 LTCM(Long Term Capital Manangement) 사태 이후 이러한 분산스왑거래의 인기가 증가하였고, 변동성 지수 역시 기존의 등가격 옵션의 내재변동성 기준이 아니라 분산스왑 기준으로 변경되어져야 함이 더 분명해져 갔다(Eurex, 2016).

3. 위험중립확률과 옵션가격의 관계식

2003년 새로운 VIX 산정방법 역시 옵션들의 가격으로부터 변동성을 계산한다는 점은 이전 방식과 유사하지만, Black-Scholes(1973) 옵션가격모형 등 특정모형에 의존하지 않아 모형오류로부터 자유롭다는(model-free) 점에서 혁신적이다. 새로운 VIX 계산 방법론을 이해하려면 Arrow-Debreu 상태가격(state price)이 옵션가격함수의 이계도함수(second order derivative)로 표현되는 Breeden and Litzenberg(1978) 공식이 필요한데, 식 (7-1) 및 식 (7-2)는 각각 이산 버전(discrete version) 및 연속 버전(continuous version)을 나타낸다.

$$\psi(K_i) = \frac{\left(\frac{C(K_{i+1}) - C(K_i)}{K_{i+1} - K_i} \right) - \left(\frac{C(K_i) - C(K_{i-1})}{K_i - K_{i-1}} \right)}{\left(\frac{K_{i+1} - K_{i-1}}{2} \right)} \quad (7-1)$$

$$\psi(K) = \frac{\partial^2}{\partial K^2} C(S, K, T, r, \delta, \sigma) = C_{KK}(K) \quad (7-2)$$

여기서 $\psi(x)$ 는 시점 T 에 기초자산 가격이 $S_T = x$ 로 실현되는 상태에 지급되는 화폐 한 단위의 상태가격이며, 이에 무위험이자율을 곱하면 위험중립확률밀도함수(RND: risk neutral density)가 된다. $C(S, K, T, r, \delta, \sigma)$ 는 콜옵션 가격함수로서 기초자산의 현재가 S , 행사가격 K , 만기 T , 무위험 이자율 r , 기초자산의 배당률 δ , 기초자산 가격의 변동성 σ 를 투입요소로 한다. 이러한 관계식은 콜옵션뿐만 아니라 풋옵션에 대해서도 동일하게 성립한다. 경제적 관점에서 상태가격은 매우 작은 지급 구간을 가지는 버터플라이 전략(butterfly strategy)의 가격을 뜻한다. 한편 Bachelier(1900), Bronzin(1908), Black(1974) 등에서도 Breeden and Litzenberg(1978)의 공식과 거의 비슷한 내용의 논의가 있는데, 관련 연구들의 역사 및 공식의 다양한 도출 방법에 대해서는 Zimmermann(2018)이 잘 설명한다.

이제 상태가격 또는 위험중립확률을 명시적으로 안다면 만기에 유한한 임의의 현금흐름 $f(S_T)$ 를 제공하는 유럽형 증권의 가격 $V[f(S_T)]$ 는 다음과 같이 계산된다.

$$V[f(S_T)] = \int_0^\infty f(S_T) \cdot \psi(S_T) dS_T = \int_0^\infty f(S_T) \cdot C_{KK}(K=S_T) dS_T \quad (8)$$

그런데 옵션가격과 행사가격 사이의 함수관계 $C(K)$ 를 정확히 알지 못한다면 이러한 공식은 사용할 수 없으며, 특정 모형을 가정한다면 모형선택의 자의성 또는 오류 문제가 발생한다. 이에 대한 대안으로 만약 옵션의 행사가격이 연속적으로 무한히 많이 존재하여 거래된다면, 또는 적어도 충분히 많은 수가 거래된다면, 다음과 같은 변형이 가능하다(Carr and Madan, 1998; Carr and Madan, 2001).

$$V[f(S_T)] = \{f(S_0) - f'(S_0) \cdot S_0\} e^{-rT} + f'(S_0) \cdot S_0 \\ + \int_0^{S_0} f''(K) \cdot P(K) dK + \int_{S_0}^\infty f''(K) \cdot C(K) dK \quad (9)$$

여기서 f' 및 f'' 는 각각 함수의 1계 및 2계도함수를 뜻하며, S_0 및 r 은 각각 기초자산의 현재가격 및 무위험이자율이며, $C(K)$ 및 $P(K)$ 는 각각 콜옵션 및 풋옵션을 행사가격 K 의 함수로 표시한 것이다. 여기서 적분 부분은 풋 또는 콜 옵션 한 유형으로만 표시할 수도 있으나, 내가격 옵션은 거래가 잘 이루어지지 않는 현실을 고려하여 외가격인 풋과 콜로 나누어 표시한 것이다.⁴⁾ 그런데 현실에서 거래되는 옵션의 행사가격 범위는 상당히 제한적이므로 실제로 복제할 때는 베이스스 위험(basis risk)이 발생할 수 있다. 한편 또 다른 접근법으로 위험중립확률을 직접적으로 추정하는 효율적인 방법에 관한 다양한 연구들도 계속 이어지고 있다(Figlewski, 2018; Reinke, 2020; Hu and Newton, 2020).

4. VIX 지수 방법론의 갱신

시카고옵션거래소(CBOE)는 투자는행인 골드만삭스와 함께 2003년 새로운 VIX 지수 방법론을 개발하였다(CBOE, 2019). 새로운 지수는 기초자산을 기존의 OEX에서 거래가 더 활발한 SPX로 변경하고, 앞서 살펴본 Carr and Madan(1998) 공식을 이용하여 변동성을 측정하여 모형 의존성을 최소화하였다(Carr and Wu, 2003). Demeterfi et al.(1999a, 1999b)은

4) 이는 유럽형 증권의 만기시점 현금흐름 $f(S_T)$ 를 옵션들을 이용하여 복제하는 것을 의미한다. 참고로 Derman and Miller(2016)는 연속적인 동적복제(dynamic replication)와 대비하여 만기시점만을 기준으로 수행하는 정적복제를 강형정적복제(strong static replication)라고 하고, 특정한 시간범위 또는 가격범위에서만 정적 복제를 시행하는 것은 약형정적복제(weak static replication)라고 지칭한다.

변동성 지수 산정 방법을 논하면서 식 (9)의 내용을 로그수익률에 적용하여 임의의 행사가격 S_* 에 대해 다음과 같은 식이 성립함을 설명하였다.

$$\begin{aligned}
 -\log \frac{S_T}{S_*} = & -\frac{S_T - S_*}{S_*} \\
 & + \int_0^S \frac{1}{K^2} \text{Max}(K - S_T, 0) dK \\
 & + \int_S^\infty \frac{1}{K^2} \text{Max}(S_T - K, 0) dK
 \end{aligned} \tag{10}$$

식 (10)의 경제적 의미는 좌변의 로그수익 매도 포지션이 우변의 항목들로 복제될 수 있다는 것이다. 우변의 첫 번째 항은 선도계약(forward contract)으로 로그 현금흐름 함수의 선형부분을 헷지하며, 비선형 부분은 두 번째 및 세 번째 항의 옵션들로 헷지할 수 있다. 그런데 현실에서는 옵션의 행사가격 범위가 한정적이며 연속적이지도 못하므로, 실제 VIX 변동성 지수는 다음과 같이 계산하여 정한다(CBOE, 2019).

$$\left(\frac{VIX}{100} \right)^2 = \frac{2}{T} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{rT} Q(K_i) - \frac{1}{T} \left\{ \frac{F}{K_o} - 1 \right\}^2 \tag{11}$$

여기서 T 는 만기, r 은 무위험이자율, F 는 옵션가격들로부터 도출되는 기초자산의 선도가격, K_o 는 선도가격 F 이하의 최근접 행사가격, K_i 는 i 번째 외가격 행사가격, $Q(K_i)$ 는 행사가격 K_i 인 외가격 옵션의 매수호가와 매도호가의 중간가격이고, $\Delta K_i = (K_{i+1} - K_{i-1})/2$ 이다. 식 (11)의 좌변에서 첫 번째 항은 연속변수의 적분을 이산변수의 합으로 변형한 것이며, 두 번째 항은 기준이 되는 선도가격에 해당하는 행사가격이 현실에 존재하지 않는 경우 발생하는 오차를 보정하는 항목이다. VIX 지수 역시 향후 30일 이후 시장변동성을 측정하는 개념이므로, VXO와 마찬가지로 30일 이전 및 이후 최근접 만기일물 각각에 대해 식 (11)의 계산을 실시하고, 두 값에 대해 식 (4-2)와 동일한 방법으로 가중평균하여 최종값을 산출한다. 2014년부터는 위클리옵션(weekly SPX options)을 계산에 포함시켜 최단 23일 이상 및 최장 37일 이하 만기물이 계산에 이용되므로 30일 기준 개념에 더욱 부합하는 변동성 지수가 되었다.

특정 모형에 의존하여 등가격옵션의 가격만을 이용하는 VXO와 비교해 VIX 방법론은

현실에서 거래되는 모든 외가격옵션의 가격들을 이용하므로 특정모형에 대한 의존성을 최소화하고 더 많은 정보량을 가질 수 있을 것이다. Britten-Jones and Neuberger(2000)은 VIX와 같은 모형 비의존형 내재변동성(model free implied volatility) 방법론이 다양한 확률적 변동성 모형을 포괄할 수 있음을 보였다. Jiang and Tian(2005)은 Britten-Jones and Neuberger(2000)는 확장하여 모형 비의존형 내재변동성 방법론이 확산확률과정(diffusion process)뿐만 아니라 점프 과정까지 포괄할 수 있음을 이론적으로 보이고, 기존의 역사적 변동성이나 등가격 내재변동성에 비해 미래의 변동성에 대한 예측력 역시 더 우수함을 실증분석하였다. VIX 지수의 구성 방법에 대한 구체적인 설명 및 이를 기준으로 하는 여러 국가별 변동성 지수들 간의 상호 비교는 Sensoy and Omole(2018)를 참고하고, VIX 지수에 관한 다양한 실증적 연구들에 대한 전반적인 개관은 Gonzalez-Perez(2015)를 참고하라.

5. VIX 파생상품

시장지수의 변동성을 측정하는 VIX 지수 역시 다른 지수들과 마찬가지로 그 자체로는 투자나 거래를 할 수 없으므로 CBOE는 2004년 VIX 선물을, 2006년 VIX 옵션을 개설하였다. Moran(2014)과 Moran and Liu(2020)은 주요 변동성 지수와 VIX 지수에 대한 파생상품들에 대해 개요 및 투자 특성에 대해 소개하고 있다. 특히 최근 국제적으로 주요 시장간 상관관계가 증가하여 분산효과가 낮아지는 상황에서 변동성 지수가 시장지수와 의 뚜렷한 음의 상관관계를 가지므로 분산효과를 가질 수 있음을 강조한다. Eurex(2016) 역시 변동성 지수 파생상품들의 특성 및 투자전략에 대해 간단히 개관하고 있다. Naik and Reddy(2016)은 여러 국가별 변동성 지수의 동적 연관성(dynamics of linkages)을 분석하기 위해 2009년 3월부터 2015년 6월까지 5개국 변동성지수(US-VIX, Germany-VDAX, India-IVIX, China-VXFXI, Korea-VKOSPI) 일별 자료를 이용한 VAR 분석을 통해 US-VIX 지수가 다른 지수들 대해 비대칭적인 영향력을 가지고 있음을 보였다.

한편 VIX 지수가 기초자산의 옵션가격으로부터 그 변동성을 추출하는 개념이므로, VIX 옵션이 시장에서 거래된다는 것은 VIX에 대한 VIX(VIX of the VIX), 즉 변동성의 변동성(Vol of Vol) 지수를 산출할 수 있음을 뜻한다. 2012년 CBOE는 VIX 지수 방법론을 VIX 지수에 적용하여 VVIX 지수를 만들었다. VIX 지수가 기초자산의 역사적 변동성 또는 실현 변동성보다 그 변동성이 좀 더 큰 값을 보이듯 VVIX 지수 역시 기초가 되는 VIX 지수보다 그 변동성이 더 큰 양상을 보이며, VIX 선물의 공정가치는 다음과 같이 VVIX 지수를 이용하여 계산될 수 있다(CBOE, 2012).

$$E_t[VIX_T] = E_t[F_T] \approx \sqrt{E_t[F_T^2] - F_t^2 \cdot \frac{T-t}{365} VVIX_{t,T}^2} \quad (12)$$

여기서 $E_t[\cdot]$ 는 t 시점 조건부 기댓값이고, F_t 는 t 시점 VIX 선물가격을 뜻한다. VVIX 외에도 변동성의 변동성을 측정하는 다양한 방안에 대해서는 Wang et al.(2013)을 참고하라. 한편 Park(2013)는 변동성의 변동성이 특별히 꼬리위험(tail risk)을 측정하는데 유용할 수 있음을 설명하면서 자신이 제안하는 VIX의 변동성 지표와 다른 연구들에서 제안된 다양한 꼬리위험 지표들 간의 실증적 유용성에 대해 비교 분석하였다.

IV. CVOL과 위험중립분산

앞서 살펴본 VIX 지수는 기본적으로 시장지수의 로그값에 대한 위험중립 기댓값으로 이해할 수 있다. 이와 달리 Martin(2011, 2017)은 시장지수의 제곱값에 대한 위험중립 기댓값 또는 위험중립 분산(risk neutral variance)으로 측정되는 또 다른 변동성 지수 방법론을 제안하였다. 구체적으로 Martin(2017)은 다음의 식 (13-1)처럼 위험중립 분산이 옵션가격들로부터 계산되어 초과수익률 기댓값의 하한이 되며, 이와 대비하여 VIX 지수는 식 (13-2)처럼 로그수익률의 위험중립 기댓값으로 계산됨을 보였다.

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_f} \text{var}^*(R_T) &= \frac{2}{S_o^2} \left[\int_0^F \text{Put}(K) dK + \int_F^\infty \text{Call}(K) dK \right] \\ &\leq E(R_T) - R_f \leq R_f \cdot \sigma(M_T) \cdot \sigma(R_T) \end{aligned} \quad (13-1)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} VIX^2 &= \log E^* \left(\frac{R_T}{R_f} \right) - E^* \left(\log \frac{R_T}{R_f} \right) \\ &= \int_0^F \frac{1}{K^2} \text{Put}(K) dK + \int_F^\infty \frac{1}{K^2} \text{Call}(K) dK \end{aligned} \quad (13-2)$$

여기서 R_T 는 기초자산의 수익률, R_f 는 무위험 수익률, $E^*(\cdot)$ 는 위험중립 기댓값, $\text{var}^*(\cdot)$ 는 위험중립 분산, M_T 는 확률할인요소(SDF: stochastic discounting factor), $\sigma(\cdot)$ 는 표준편차를 뜻하며, S_o 은 기초자산 가격, $\text{Put}(K)$, $\text{Call}(K)$ 은 행사가격 K 의 풋옵션 및 콜옵션 가격을 뜻하며, F 는 선물가격을 뜻하며, 식 (13-1)에서 초과수익률 기댓값의 상한은 Hansen and Jagannathan(1991) 바운드(bound)이다. 한편 Martin and Wagner(2019)는 식 (13-1)의

하한이 시장자산뿐만 아니라 개별주식의 위험프리미엄 추정에도 유용하게 활용될 수 있음을 보였다.

식 (13-2)에서 확률변수의 로그값의 기댓값은 확률분포의 정보량을 의미하는 엔트로피(entropy) 개념과 동일하다. 분산과 엔트로피 모두 변동성을 측정할 수 있는데, 다만 분산은 제곱함수의 볼록성(convexity)으로 인해 상승 변동성을 더 강조하는 반면, 엔트로피는 로그함수의 오목성(concavity)으로 인해 하락 변동성을 더 많이 강조한다. 그리고 위험중립 분산으로 계산되는 변동성 지수는 2차 적률(second moments) 개념이므로 1차 적률인 기대수익률이나 다른 차수의 적률과의 관계를 분석하기에 편리하다(Tetlock, 2023).

CME 그룹은 위험중립 분산으로 측정되는 이러한 변동성 지수 논의를 바탕으로 2020년 11월 17일 CVOL 지수를 발표하였다.⁵⁾ VIX와 CVOL은 이론적 기초 및 구체적인 계산법이 크게 다르지 않아 보이지만 앞서 설명한 바와 같이 각각 엔트로피와 분산이라는 분명한 개념적 차이를 지닌다. 식 (11)에서 지수 산정시 옵션가격 가중평균에 적용되는 가중치가 VIX는 행사가격 제곱(K_i^2)의 역수로 옵션다마 다른 반면, CVOL은 기초자산 가격 제곱(S_0^2)의 역수로 모두 동일한 가중치가 주어진다. Martin(2017)에 따르면, 엔트로피 지수(VIX)와 분산 지수(CVOL) 모두 변동성 측정이나 균형모형(equilibrium model)의 적합성 판정에 유용한 지표로 사용될 수 있다고 한다. 특히 기초자산 가격이 로그정규분포를 따르는 경우 전자가 후자보다 항상 더 큰 값을 가지며, 그 차이는 대부분의 경우 미미하나 시장위기(market stress) 상황에서 급증하는 경향이 있으며, 이는 시장위기 상황에서는 기초자산 자격이 로그정규분포를 따르지 않는 것으로 해석될 수 있다.

또한 CVOL은 기초자산 측면에서 미국 재무부 채권(Treasuries)에 대한 가격과 수익률(yield), 단기이자율(STIRs: short term interest rate), 환율(FX), 금속(Metal), 에너지(Energy), 농축산물(Ags), 그리고 이들 각 분야별 통합지표들(Aggregates)에 대해 CVOL 지수를 산출하고 있다. 이와 함께 다음과 같은 보조지표(derivative indicators)들도 산출하여 지수 활용의 편의성을 더하고 있다.⁶⁾

5) CME CVOL 지수는 VIX 지수와 달리 개발과정에 관한 자세한 정보를 얻기가 아직까지는 쉽지 않은 것으로 판단된다. 다만 Ian Martin 교수의 개인 홈페이지(<https://personal.lse.ac.uk/martiniw/>)는 CME CVOL 방법론이 자신의 논문들(Martin, 2011, 2017)에 근거한다고 설명하고 있다.

6) CME 그룹 웹사이트의 보도자료, CVOL 소개 및 교육자료 내용을 참고하였다. https://www.cmegroup.com/media-room/press-releases/2020/11/17/cme_group_announceslaunchofnewimpliedvolatilityindexes.html. <https://www.cmegroup.com/education/articles-and-reports/introduction-to-the-cme-group-volatility-index-cvol.html>.

- * UpVar : 외가격 콜옵션으로만 계산되는 Up Variance
- * DnVar : 외가격 풋옵션으로만 계산되는 Down Variance
- * Skew = UpVar - DnVar
- * ATM : 등가격 내재변동성(At-the-Money Implied Volatility)
- * Convexity = ATM/CVOL

V. VKOSPI 지수의 개선 방안

KRX는 국내·외 전문가들의 연구 결과를 토대로 2년간의 개발 과정을 거쳐 2009년 4월 13일 “변동성지수”를 발표하였다. 기초자산인 KOSPI200 지수의 30일 기준 변동성을 측정하며 “VKOSPI(Volatility index of KOSPI 200)”라는 영문 약칭으로 주로 불리운다(최훈철, 한석호, 2009). 2014년 11월에는 변동성을 구체적으로 거래하기 위한 수단으로 VKOSPI 선물이 상장되었다.

VKOSPI 지수의 방법론은 앞서 설명한 VIX 지수와 기본적으로 동일하며, KOSPI200 옵션의 직전체결가를 이용하는데, 만약 없다면 전전체결가 등으로 대신하며, 상장된 옵션의 행사가격 범위가 정한 기준보다 부족한 경우는 정해진 방법으로 추정되는 가격으로 보충한다(최훈철, 한석호, 2009; 강태훈, 2022).

그런데 현실에서는 최근월물 등가격 옵션에만 대부분의 거래가 집중되는 경향이 있으므로, 변동성 지수의 계산에 포함되는 외가격 옵션의 행사가격 범위는 상당히 제한적이며, 이에 지수의 신뢰성 및 안정성에 심각한 문제가 있을 수 있다(강태훈, 2019, 2022). 참고로 Whaley(2009)는 VXO 지수가 기초자산으로 SPX 대신 OEX를 선택한 것은 당시 OEX 옵션들이 훨씬 더 거래량이 많았기 때문이며, 방법론상으로 등가격 옵션에 해당하는 8개 옵션만을 계산 대상에 포함시킨 것은 당시 외가격 옵션 거래가 활발하지 않아 해당 가격정보의 신뢰성이 낮았기 때문이라고 한다. 향후 VKOSPI가 변동성 투자 및 위험관리 수단으로 더욱 발전하기 위해서는 먼저 외가격 KOSPI200 옵션들의 거래가 활성화되고, 옵션가격 보충 방법도 더 효율적인 추정 방안을 모색할 필요가 있을 것이다.

한편 VKOSPI 지수는 급격한 변동 또는 반대로 평소의 과소변동 등이 문제점으로 지적되는데, 강태훈(2019, 2022)은 개선책으로 시장조성자(market maker) 도입 및 위클리 옵션(weekly option)을 이용하는 방안을 제안하였다. 변동성 거래 수단인 변동성지수 선물 역시 거래량이 미흡한 실정인데, 이에 대한 개선 방안으로 엄영호 외(2017)는 시장에서 적정 가격 수준에 관한 공감대가 형성될 수 있도록 적절한 가격모형을 개발할 필요성에

대해 논의하였다.

그리고 앞서 소개한 변동성 지수 개발 사례들을 참고할 때, 국내에서도 VIX 방식의 지수 외에도 좀 더 다양하게 관련지수 및 보조지표들을 개발하여 활용하는 방안을 모색할 필요가 있을 것이다. 즉 VXO, CVOL, VVIX, RVOL, 그리고 비대칭성, 왜도, 볼록성 등에 해당하는 다양한 지표를 함께 개발하여 활용하고, 변동성 지수를 산출하는 기초자산 대상 범위도 점차 확대 적용해 나갈 필요가 있을 것이다.

VI. 결 론

본 논문은 앞서 미국에서의 변동성 지수 발전 과정을 살펴보고 VIX나 CVOL 등 주요 변동성 지수의 산출 방법 및 이론적 배경에 대해 개관하였다. 옵션시장이 활성화됨에 따라 초기에는 옵션가격을 효율적으로 표시하는 방안의 하나로 내재변동성을 활용하자는 논의가 이어졌고, 1993년 CBOE에서 구체적으로 VIX(현 VXO) 지수를 발표하였다. 그러나 1987년 주식폭락 사태 이후 변동성미소 현상으로 인해 기존의 옵션가격모형의 비현실성이 주목받으면서 모형 비의존적 방안에 대한 논의가 이어졌고, 분산스왑 등 장외 변동성 거래가 발전하였다. 이에 CBOE는 2003년 VIX 지수의 기초자산 및 방법론 자체를 갱신하고, 변동성 거래 수단으로 VIX 선물 및 옵션을 2004년 및 2006년 각각 최초 상장하였고, 2009년에는 변동성의 변동성 지수인 VVIX 지수 또한 발표하였다. CME 그룹은 2020년 VIX 방법론을 변형한 CVOL 지수를 발표하였는데, 시장지수뿐만 아니라 채권과 환율과 여러 상품자산으로 기초자산을 확장하고 여러 보조지표들도 함께 개발하였다.

변동성 지수에 관한 연구로는 VIX 지수나 VVIX 지수 등의 유용성에 관해 헛지 등 위험관리 기능에 대한 연구들과, 미래 변동성이나 수익률에 대한 예측력이나 연관관계 등에 관한 연구들이 있다. 특히 위험중립 분산으로 측정되는 CVOL 유형의 변동성 지수는 시장자산과 개별주식의 위험프리미엄 계산에도 이용될 수 있다. 다만 CVOL 지수의 경우는 현재까지는 운용기간이 길지 않아 개발과정 및 보조지표의 이론적 근거 등에 관한 연구는 충분하지 않아 보인다. 이 외에도 향후 더욱 다양한 주제의 연구 및 투자전략 개발에 있어 변동성 지수를 활용하는 방안을 모색할 필요가 있을 것이다.

KRX는 2009년 KOSPI200 지수에 대한 변동성지수로 VKOSPI를 발표하고 2014년 VKOSPI 선물을 최초 상장하였다. VKOSPI 지수의 방법론은 기본적으로 VIX 지수와 동일한데, 현실에서 대부분의 거래가 최근월물 등가격 옵션에만 집중되는 경향이 있으므로, 실제 계산 대상에 포함되는 외가격 옵션의 행사가격 범위는 상당히 제한적인 것으로 판단된다.

향후 VKSOPI가 변동성 투자 및 위험관리 수단으로 더욱 발전하기 위해서는 먼저 외가격 KOSPI200 옵션들의 거래가 활성화될 필요가 있다. 그리고 지수 계산 과정에서 해당 옵션가격이 없으면 정해진 방법에 따라 보충하게 되는데 이때에도 보다 효율적인 추정 방안을 모색할 필요가 있다. 그리고 보다 정밀하게 30일 기준 변동성을 측정하기 위해 위클리 옵션을 이용하는 방안도 고려할 수 있을 것이다. 미국의 경우 VXO, VVIX, RVOL, CVOL 및 여러 보조지표 등을 개발하고 더 다양하게 기초자산 범위를 확대하여 자본시장 참가자들의 투자 및 위험관리를 효율적으로 돕고 있다. 국내도 이처럼 기초자산 대상 범위를 확대하고, 더욱 다양한 변동성 지수 및 보조지표를 개발하여 활용하는 방안을 모색할 필요가 있을 것이다.

참 고 문 헌

- 강태훈, “V-KOSPI 200 지수의 급등락 개선방안”, *선물연구*, 제27권 제1호, 2019, 1-47.
- 강태훈, “변동성지수의 개선을 위한 위클리옵션의 활용에 관한 연구”, *한국증권학회지*, 제51권 제6호, 2022, 755-785.
- 엄영호, 장운욱, “변동성지수선물(V-KOSPI 200 Futures) 이론가격 평가모형에 대한 연구”, *선물연구*, 제25권 제3호, 2017, 405-424.
- 최훈철, 한석호, “변동성지수(VKOSPI) 해설 및 실증분석”, *KRX Market 주요자료*, 2009, 43-56.
- Allen, P., S. Einchcomb, and N. Granger, “Variance Swaps,” *European Equity Derivatives Research*(17 November, 2006), J.P. Morgan Securities Ltd. London, 2006.
- Bachelier, L., “Théorie de la spéculation. Paris: Gauthier-Villars. Translated by AJ Bo-ness,” *The Random Character of Stock Market Prices*, ed. P. Cootner 1964, (1900), 17-78.
- Black, F., “The Pricing of Complex Options and Corporate Liabilities,” Discussion paper, MIT, 1974.
- Breeden, D. T. and R. H. Litzenberger, “Prices of State-contingent Claims Implicit in Option Prices,” *Journal of Business*, 41(5), (1978), 621-651.
- Brenner, M. and D. Galai, “New Financial Instruments for Hedge Changes in Volatility,” *Financial Analysts Journal*, 45(4), (1989), 61-65.
- Britten-Jones, M. and A. Neuberger, “Option Prices, Implied Price Processes, and Stochastic Volatility,” *Journal of Finance*, 55(2), (2000), 839-866.
- Bronzin, V., *Theorie der prämiengeschäfte*, 1908.
- Carr, P. and D. Madan, “Towards a Theory of Volatility Trading,” *Volatility: New Estimation Techniques for Pricing Derivatives*, 29, (1998), 417-427.
- Carr, P. and D. Madan, “Optimal Positioning in Derivative Securities,” *Quantitative Finance*, 1, (2001), 19-37.
- Carr, P. and L. Wu, “A Tale of Two Indices,” *Journal of Derivatives*, 13(3), (2003), 13-29.
- CBOE, *White Paper Cboe Volatility Index*, 2019.
- Copeland, M., T. Copeland, and Z. Lai, “A Tale of Two Tails: Mortality, Size, Volatility,

- and EPU,” *Journal of Portfolio Management*, 48(1), (2021), 98–114.
- Demeterfi, K., E. Derman, M. Kamal, and J. Zou, “More than You Ever Wanted to Know about Volatility Swaps. Quantitative Strategies,” *Research notes, Goldman Sachs*, (1999a), 1–51.
- Demeterfi, K., E. Derman, M. Kamal, and J. Zou, “A Guide to Volatility and Variance Swaps,” *Journal of Derivatives*, 6(4), (1999b), 9–32.
- Derman, E. and M. Miller, *The Volatility Smile*. John Wiley & Sons: 2016.
- Eurex, *Colin Bennett on volatility trading: The evolution of volatility products*, Eurex Frankfurt AG ARBN 100 999 764: 2016.
- Figlewski, S., “Risk-neutral Densities: A Review,” *Annual Review of Financial Economics*, 10, (2018), 329–359.
- Galai, D., “A Proposal for Indexes for Traded Call Options,” *Journal of Finance*, 34(5), (1979), 1157–1172.
- Gastineau, G., “An Index of Listed Option Premiums,” *Financial Analysts Journal*, 33(3), (1977), 70–75.
- Goldstein, D. and N. Taleb, “We Don’t Quite Know What We Are Talking about When We Talk about Volatility,” *Journal of Portfolio Management*, 33(4), (2007), 84–86.
- Gonzalez-Perez, M., “Model-free Volatility Indexes in the Financial Literature: A Review,” *International Review of Economics & Finance*, 40, (2015), 141–159.
- Hansen, L. and R. Jagannathan, “Implications of Security Market Data for Models of Dynamic Economies,” *Journal of Political Economy*, 99(2), (1991), 225–262.
- Hu, Q. and D. Newton, “Universal Arbitrage-Free Estimation of State Price Density,” *Journal of Derivatives*, 21, (Spring 2020), 35–59.
- Jiang, G. and Y. Tian, “The Model-free Implied Volatility and Its Information Content,” *Review of Financial Studies*, 18(4), (2005), 1305–1342.
- Latane, H. and R. Rendleman, “Standard Deviations of Stock Price Ratios Implied in Option Prices,” *Journal of Finance*, 31(2), (1976), 369–381.
- Martin, I., “Simple Variance Swaps,” National Bureau of Economic Research. No. w16884. (2011).
- Martin, I., “What is the Expected Return on the Market?,” *Quarterly Journal of Economics*, 132(1), (2017), 367–433.

- Martin, I. and C. Wagner, "What is the Expected Return on a Stock?," *Journal of Finance*, 74(4), (2019), 1887-1929.
- Moran, M., "Thirty Volatility Indexes: Worldwide Tools to Gauge Sentiment and Diversify Portfolios," *Journal of Index Investing*, 4(4), (2014), 69-87.
- Moran, M. and B. Liu, *The VIX Index and Volatility-Based Global Indexes and Trading Instruments: A Guide to Investment and Trading Features*. CFA Institute Research Foundation, 2020.
- Naik, M. and Y. Reddy, "Volatility Indices: An International Comparison," *IUP Journal of Financial Risk Management*, 13(3), (2016), 7.
- Neuberger, A., "The Log Contract," *Journal of Portfolio Management*, 20, (1994), 74-74.
- Park, Y.-H., "Volatility of Volatility and Tail Risk Premiums," FEDS Working Paper No. 2013-54, 2013.
- Reinke, M., "Risk Neutral Density Estimation: Looking at the Tails," *Journal of Derivatives*, (Spring 2020), 99-124.
- Ross, S., "Options and Efficiency," *Quarterly Journal of Economics*, 90(1), (1976), 75-89.
- Rubinstein, M., "Implied Binomial Trees," *Journal of Finance*, 49(3), (1994), 771-818.
- Sensoy, A., and J. Omole, "Implied Volatility Indices: A Review and Extension in the Turkish Case," *International Review of Financial Analysis*, 60, (2018), 151-161.
- Tetlock, P., "The Implied Equity Premium," SSRN working paper no.4373579, 2023.
- Wang, R., C. Kirby, and S. Clark, "Volatility of Volatility, Expected Stock Return and Variance Risk Premium," In 26th Australasian Finance and banking conference (August 2013).
- Whaley, R., "Derivatives on Market Volatility," *Journal of Derivatives*, 1(1), (1993), 71-84.
- Whaley, R., "The Investor Fear Gauge," *Journal of Portfolio Management*, 26(3), (2000), 12-17.
- Zimmermann, H., "The Second Partial Derivative of Option Price with respect to the Strike: A Historical Reminiscence," *Journal of Derivatives*, 25(3), (2018), 81-87.

The Evolution of the Volatility Index*

Sehoon Kwon**

〈Abstract〉

This paper provides an overview of existing literature on the history and economic significance of various volatility indices, to help understand the related theories and practical aspects. In particular, by examining the history and methodology of the VIX index of the Chicago Board Options Exchange (CBOE) and the CVOL index recently launched by the Chicago Mercantile Exchange(CME), it proposes the following suggestions as implications for the improvement of the VKSOPI index, the Korea Exchange(KRX)'s volatility index: encouraging active trading of out-of-the-money options on the KOSPI200 index, improving supplementary option pricing methods, using the weekly option prices, expanding the range of underlying assets for volatility indices, introducing auxiliary indicators that measure asymmetry, skewness, or convexity of volatility, applying to other related studies in asset pricing theory, such as calculating the risk premium of market indices or individual stocks, and exploring various collaborative interactions among researchers, practitioners, industries and exchanges.

Keywords : Volatility Index, Implied Volatility, Risk Neutral Density, VIX, CVOL

* This work was supported by the Sangmyung University Research Grants of 2022.

** Professor, Department of Business Administration, Sangmyung University, E-mail: sehoon38@smu.ac.kr